

Om Elektricitetens Forplantning.

Af

Professor, Dr. L. Lorenz.

Det vil næppe være undgaaet deres Opmærksomhed, som have beskæftiget sig med Undersøgelser over Elektricitetens Bevægelse, at vi ingen Forsøg have over Forplantningen af periodiske elektriske Strømme i Traadledninger, som kunne siges at være i fuld Overensstemmelse med Theorien. Efter at Hr. Feddersen ved sine smukke Forsøg over den elektriske Flaskeudladning¹⁾ experimentalt havde paavist og ved en Række Maalinger nærmere kvantitativt bestemt den allerede af W. Thomson²⁾ ad theoretisk Vej udledede oscillerende Udladning, som under visse Betingelser kan indtræde, var herved tilvejebragt et godt Materiale, som ogsaa kort efter blev theoretisk behandlet af Kirchhoff³⁾. Hertil egnede disse Forsøg sig i fortrinlig Grad, og i det hele taget bestod Theorien denne Prøve godt. Kun i én Henseende var der en fremtrædende Uoverensstemmelse, idet den iagttagne Varighed af de enkelte Oscillationer ikke stemmede overens med den beregnede og var gennemgaaende omtrent dobbelt saa stor. Vel indleder Kirchhoff sin Beregning med den Bemærkning, at den mangelfulde Kundskab, vi have om de Betingelser, hvorunder den elektriske Gnist kommer i Stand og vedligeholdes, er en væsentlig Hindring for Opstillingen af en stræng Theori af en Leydnerflaskes Udladningsstrøm, men det

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 113, S. 437 og Bd. 116, S. 132.

²⁾ Phil. Mag. V, 1853, S. 393.

³⁾ Pogg. Ann. Bd. 121, S. 551.

fremgik af selve Forsøgene, at Slagvidden eller Ladningens Størrelse ingen kjendelig Indflydelse havde paa Oscillationsvarigheden, hvoraf syntes at følge, at vi overhovedet i Gnisten ikke vilde kunne finde Aarsagerne til Uoverensstemmelserne.

At de ejendommelige Forhold i selve Gnisten i det mindste ikke kunne bevirke en Forøgelse af Oscillationsvarigheden, tror jeg sikkert fremgaar af Theorien. Jeg skal med Hensyn til dette Punkt kun bemærke, at naar man tager i Betragtning, at Gnisten efter at være udslukket i hver enkelt Oscillation kun kan fremkomme igjen ved en vis Potentialforskjel paa Afbrydelsesstedet, saa vil man finde en kortere og ikke en længere Oscillationstid. Ogsaa vilde Hensynet til de ved Gnisten opstaaede Edlund'ske Disjunktionsstrømme medføre en Korrektion i samme Retning.

Lige saa lidt som Theorien har fundet en fuld Stadfæstelse ved de nævnte Udladningsforsøg, lige saa lidt kan dette siges at være Tilfældet ved alle de Forsøg, som have været anstillede paa Telegraftraade over Elektricitetens Forplantningshastighed. Grunden hertil kan vel søges deri, at lagtagerne ikke have taget og tildels heller ikke have kunnet tage de forskjellige Momenter, hvoraf Forplantningshastigheden her væsentlig afhænger, med i Betragtning; men Resultatet er dog, at vi forgæves se os om efter Erfaringsbeviser for den fulde Rigtighed af Theorien overalt, hvor denne skal anvendes paa de meget hurtige Bevægelser af Elektriciteten, hvorom der her er Tale, medens de Uoverensstemmelser, som foreligge, blive staaende som en vedvarende Advarsel for os ved alle vore theoretiske elektriske Undersøgelser.

Der fremstiller sig da først det Spørgsmaal, paa hvilket Punkt en Modifikation af den af Videnskaben antagne Theori endnu kan tænkes mulig. Theorien gaar ud paa, at den i et givet Punkt tilstedeværende Strømtæthed er proportional med den elektromotoriske Kraft sammesteds. Denne Kraft antages endvidere altid at kunne henføres til to Aarsager, nemlig til den fordelende Virkning af den omgivende statiske Elektricitet og

den inducerende Virkning af de omgivende elektriske Strømme og Magneter. Hvad den første angaar, maa de simple Love, den følger, betragtes som fuldkommen sikkert begrundede, navnlig efter at man har lært at tage Hensyn til den fra indre ledende Partikler hidrørende forskjellige Fordelingsevne hos de forskjellige Isolatorer. Med Hensyn til Loven for Induktionen kan der vel endnu herske Tvivl angaaende Virkningerne af de enkelte Strømelementer for sig, men praktisk bliver det alene Virkningerne af sluttede Strømkredse, hvorpaa det fornemmelig kommer an, og Lovene for saadanne Strømmes Induktion maa vi i det mindste i det væsentlige betragte som fast begrundede. Vel er det muligt, at disse Love maa modificeres og udvides, naar Talen er om saadanne Strømme, der kunne vexe saa hurtigt som Lysets Svingninger, nemlig Billioner Gange i Sekundet, og jeg har tidligere selv forsøgt¹⁾ at indføre en saadan Modifikation, men denne bliver, i det mindste saaledes som den har været bestemt af mig, endnu uden kjendelig Indflydelse selv paa Strømme, som vexe nogle Millioner Gange i Sekundet.

Men naar Theorien for de paa Afstand virkende inducerende Kræfter, i det mindste for de her betragtede Tilfælde, maa betragtes som rigtig, saa bliver der endnu kun det Spørgsmaal tilbage, om Elektricitetens Bevægelse alene er afhængig af disse Afstandskræfter, saaledes at de i et givet Punkt tilstedeværende Strømforandringer ikke komme til at udøve nogen umiddelbar elektromotorisk Virkning i selve Punktet. Dette Spørgsmaal er heller ikke fremmed for Videnskaben. W. Weber²⁾ og Lorberg³⁾ have saaledes nærmere undersøgt Konsekvenserne af den Antagelse, at Elektriciteten er i Besiddelse af Masse og Inerti, hvorved et af Afstandskræfterne uafhængigt Led kommer til at indgaa i Ligningerne for Elektricitetens Bevægelse. Vi ville her

¹⁾ Oversigt over d. K. D. V. Selsk. Forh. 1867, S. 1.

²⁾ Abh. der sächs. Ges. d. Wiss. IX, 1864, S. 573.

³⁾ Borchard's Journal Bd. 71, S. 53.

simpelt hen kun antage Muligheden af et saadant af Strømforandringen i det betragtede Punkt afhængigt Led, uden at vi behøve nærmere at gaa ind paa at undersøge, hvad de mulige fysiske Aarsager kunne være hertil.

Ved Opstillingen af Ligningerne for Elektricitetens Bevægelse i Traadledninger ville vi først betragte det Tilfælde, at Strømstyrken vel er afhængig af Tiden, men i ethvert Øjeblik er ens overalt i Ledningen. Dette Tilfælde omfatter i Virkeligheden saa at sige alle Laboratorieforsøg, hvilket saa vel fremgaar af Forsøg af Weber¹⁾ som af Kirchhoff's Beregning af de Feddersen'ske Forsøg. Denne Beregning viste sig i denne Henseende i god Overensstemmelse med Forsøgene, og som Resultat kan til Exempel anføres, at selv ved 100000 Oscillationer i Sekundet vilde for en 100^m lang Traad den antagne Forudsætning kun medføre en Fejl af omtrent $\frac{1}{25}$ Procent i den beregnede Oscillationstid.

I det betragtede Tilfælde vil nu Elektricitetens Bevægelse være at bestemme af Ligningen

$$ri = V - C \frac{di}{dt}, \dots \dots \dots (1)$$

hvor r er hele Traadens Ledningsmodstand, i Strømstyrken, V den elektrostatistiske Potentialforskjel for Traadens to Endepunkter og $-C \frac{di}{dt}$ den tilsvarende, fra Strømforandringen hidrørende, elektrodynamiske Potentialforskjel. Denne sidste er den over hele Ledningen udstrakte Sum af alle de i ethvert Element af Traaden i dennes Retning opstaaede elektromotoriske Kræfter, for saa vidt disse hidrøre fra de dels i Elementet selv dels i den øvrige Ledning tilstedeværende Strømforandringer. Hvad Virkningerne af Strømforandringerne i selve Elementet angaar, kunne de kun afhænge af Forandringen af Strømtætheden, og maa derfor blive ens for alle Traadens Elementer.

¹⁾ Abh. der sächs. Ges. d. Wiss. IX, 1864, S. 573.

I øvrigt antage vi for Simpelheds Skyld, at denne ved Strømforandringen i selve Elementet opstaaede elektromotoriske Kraft er lige som de øvrige inducerende elektromotoriske Kræfter proportional med den første Differentialkvotient af Strømstyrken med Hensyn til Tiden t . Konstanten C , den «elektrodynamiske Konstant», vil altsaa blive en Sum af to Addender, hvoraf den ene, som jeg vil kalde Induktionskonstanten og betegne ved C' , alene er afhængig af de inducerende, paa Afstand virkende Kræfter, og beregnes paa sædvanlig Maade, medens den anden vil kunne udtrykkes ved $D \frac{l}{\sigma}$, hvor l betegner Traadens Længde, σ dens Gjennemsnit og D en ubekendt Konstant. Man vil altsaa have

$$C = C' + D \frac{l}{\sigma} \dots \dots \dots (2)$$

En experimental Bestemmelse af en Lednings elektrodynamiske Konstant kan opnaas ved Maalingen af den ved en elektrisk Strøms Aabning eller Slutning opstaaede Extrastrøm i Ledningen. De første Forsøg paa en kvantitativ Bestemmelse af Extrastrømmen skyldes Hr. Edlund¹⁾. Senere have Rijke²⁾ og flere andre Fysikere beskæftiget sig med den samme Opgave, uden at det dog hidtil er lykkedes ad denne Vej at opnaa en blot nogenlunde nøjagtig Bestemmelse af den elektrodynamiske Konstant. Ogsaa andre, mere middelbare Bestemmelser, for Exempel af Varmedviklingen ved Flaskeudladninger igjennem forgrenede Ledninger, have kun ført til utilfredsstillende Resultater. Saaledes finde vi i Knochenhauers «ækvivalente Længde», der saaledes som Feddersen rigtig har paavist³⁾, kan betragtes som et relativt Udtryk for Lederens elektrodynamiske Konstant, Afvigelse af 16 Procent fra Theorien⁴⁾.

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 77, S. 161.

²⁾ Pogg. Ann. Bd. 102, S. 481.

³⁾ Pogg. Ann. Bd. 130, S. 439.

⁴⁾ Pogg. Ann. Bd. 141, S. 596.

Mine første Bestræbelser gik derfor ud paa at udfinde en Methode til en nøjagtig Bestemmelse af den elektrodynamiske Konstant. Naar man anstiller Forsøg efter den Wheatstone'ske Methode over to Traadledningers relative elektriske Ledningsmodstand, vil man undertiden have Lejlighed til at iagttage, at det i Broen indskudte Galvanometer gjør Udslag til modsatte Sider ved Strømmens Aabning og Slutning, naar det ved vedvarende Strøm intet Udslag viser. Disse Virkninger paa Galvanometernaalen hidrøre fra de i de to Grene opstaaede Extrastømme, og de ere ogsaa benyttede af Hr. Herwig¹⁾ til Iagttagelse af Extrastømmene i Jernstænger.

Forsøgene kunde anstilles saaledes, at Virkningerne paa Galvanometernaalen af Extrastømmene i de to Grene bleve kompenserede, idet man i den ene af de to Grene, hvori Extrastømmen viste sig stærkest, indskød en større Modstand, indtil Galvanometret forblev i Ro ved Strømmens Aabning og Slutning. Er da Forholdet imellem de to Grenes Ledningsmodstande som m til 1, saa forholde Strømtensiteterne i de to Grene sig som 1 til m . Disse forskellige Strømme ville nu frembringe to Extrastømme med lige store elektromotoriske Kræfter; ved samme Strømstyrke i de to Grene vilde altsaa Extrastømmenes elektromotoriske Kræfter forholde sig som m til 1, og dette maa saaledes være Forholdet imellem de to Grenes elektrodynamiske Konstanter. Vel opstaar der ogsaa i selve Maaletraadens to Grene Extrastømme, men disse vilde i det givne Tilfælde ligeledes kompensere hinanden, da begge disse Grenes elektrodynamiske Konstanter i det mindste yderst nær forholde sig som Grenenes Længder, det vil sige, som m til 1.

Der er imidlertid den væsentlige Hindring for at udføre endog blot nogenlunde nøjagtige Maalinger efter denne Methode, at det ikke er muligt at faa et til dette Brug tilstrækkelig følsomt Galvanometer. Men naar man i Stedet for et Galvano-

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 153, S. 115.

meter indskyder en Telefon i Broen, saa bliver det muligt gjennem denne at iagttage endog de allersvageste momentane Extrastømme, naar der hersker fuldkommen Stilhed i Iagttagelseslokalet, og Methoden lader da intet tilbage at ønske baade i Henseende til Simpelhed og til Nøjagtighed.

Ved alle de følgende Maalinger har jeg benyttet mig af en Telefon med kort, tyk Traad. Fra en sædvanlig Telefon blev Traadrullen borttagen, og i det Sted blev Magnetens Endestykke omviklet med en 3 til 4 Meter lang, $\frac{1}{2}$ mm tyk, overspunden Kobbertraad. Dennes Ender bleve forbundne med to til Maaletraaden loddede Kobbertraade. Som Strømgiver benyttedes i Reglen et enkelt Leclanché's Element, undertiden et Daniell's, saa at Strømmen altid var saa svag, at man ikke behøvede at befrygte nogen Unøjagtighed, hidrørende fra Ledningens Opvarmning. Elementets ene Pol blev altsaa forbunden med de to Traadledninger, hvis elektrodynamiske Konstanter skulde sammenlignes, og disse to Ledninger førtes til de to Ender af Maaletraaden, en 0,5mm tyk, 0,8m lang Nysølvtraad. I den ene af de to Ledninger blev endvidere indskudt en 0,25mm tyk Nysølvtraad, som kunde forlænges og forkortes efter Behag. Den med Maaletraaden forbundne Telefon blev holdt til Øret, medens en med det galvaniske Elements anden Pol forbunden Kobbertraad, som jeg vil kalde Føletraaden, førtes hen over Maaletraaden. Undertiden var der ogsaa til nærmere Orientering indskudt i Broen et Galvanometer ved Siden af Telefonen.

Naar der var en større Forskjel imellem de to Ledningers elektrodynamiske Konstanter, saa hørtes en stærk Lyd i Telefonen ved enhver Bevægelse af Føletraaden hen over Maaletraaden, og der kunde ofte ikke engang spores noget Minimum paa det Punkt, hvor Galvanometret intet Udslag viste. Forøgedes nu Modstanden i den Gren, hvor Extrastømmen var stærkest, idet den indskudte tynde Nysølvtraad her blev forlænget, saa fremtraadte snart et tydeligt Minimum, og lidt efter lidt gik ved yderligere Forlængelse af Nysølvtraaden dette Minimum af Lyd

over til fuldstændig Tavshed. Dette «døde Punkt» paa Maaletraaden, hvor en Berøring af Føletraaden (helst med Spidsen af den) slet ingen Lyd frembringer i Telefonen, er meget karakteristisk og skarpt markeret. Naar dette Punkt er fundet, erholdes Forholdet imellem de elektrodynamiske Konstanter for de to Ledninger, hertil medregnet den indskudte Nysølvtraad, af Forholdet imellem Afstandene fra det døde Punkt til de med Telefonen forbundne to Punkter af Maaletraaden. Flere foreløbige, til forskellige Tider anstillede Forsøg med de samme Ledninger gave Resultater, hvis indbyrdes Afvigelser kun beløbe sig til en Brøkdel af en Procent.

Den samme Methode fører ogsaa til en absolut Bestemmelse af den elektrodynamiske Konstant, naar man gaar ud fra, at de inducerende Virkninger, som to Strømledninger udøve paa hinanden indbyrdes, hvorved alene de paa Afstand virkende Kræfter komme i Betragtning, lade sig beregne ved den sædvanlige Theori. Man kan for Exempel lade den ene af de to Ledninger bestaa af to nær ved hinanden anbragte Traadruller og udføre to Forsøg saaledes, at Strømmen i det ene Forsøg gaar i én Retning, i det andet i den modsatte Retning i den ene af de to Traadruller, medens i øvrigt alt andet forbliver uforandret. Naar man nu har beregnet den til de to Rullers gjensidige Virkning svarende elektrodynamiske Konstant i absolut Maal, saa give de to nævnte Forsøg begge Grenenes elektrodynamiske Konstanter i absolut Maal.

Ved Forsøg med udspændte Traade er det af Vigtighed saa vidt mulig at undgaa den fra Omgivelserne hidrørende inducerende Tilbagevirkning, som vanskelig lader sig beregne. Jeg var i denne Henseende saa heldig stillet at have et Lokale til min Raadighed, som godt egnede sig til Anbringelsen af Traadene. Til Officerskolens fysiske Samling paa Frederiksberg Slot støder nemlig den tidligere Slotskirke, som nu er indrettet til Bibliothek. Her bleve Traadene udspændte i en Højde af 4,8^m over Gulvet

imellem to Pulpiturer. Traadens Afstand fra Loftet var $3,3^m$, Lokalets Brede $7,5^m$.

Traadene vare trukne over Søm, som vare isolerede ved ferniserede Glasrør eller Kautschukrør, frem og tilbage fra det ene Pulpiturgelænder til det andet i en Strækning af $15,334^m$, parallelt løbende overalt i en Decimeters Afstand. Den ene Traad var en $0,5^{mm}$ tyk, overspunden Kobbertraad, som var trukket 5 Gange frem og tilbage. Den første Femtedel af denne Ledning vil jeg betegne ved Nr. 1, hele Ledningen ved Nr. 2. Den efterfølgende Traad (Nr. 3) var en 1^{mm} tyk, dobbelt overspunden Kobbertraad, trukket én Gang frem og tilbage. Den følgende var en $1,9^{mm}$ tyk, ikke overspunden, Kobbertraad, trukket 4 Gange frem og tilbage. Den første Fjerdedel af denne er betegnet ved Nr. 4, hele Traaden ved Nr. 5. De derefter følgende Traade vare Jertraade, som jeg senere skal omtale nærmere. De nævnte Kobbertraades elektrodynamiske Konstanter vil jeg betegne henholdsvis ved (1), (2), (3), (4) og (5).

Hertil kom endnu to paa Glascylindre vikledede Traadruller. Den ene bestod af en 1^{mm} tyk, overspunden Kobbertraad, som paa en Længde af $24,77^m$ var viklet paa Cylinderen i et enkelt Lag af 96 Vindinger. Rullens Højde, regnet fra Vindingernes yderste Grænser, var 121^{mm} . Traadenderne, hver $1,65^m$ lange, vare førte tilbage til Midten af Rullen og herfra samlede videre. Den anden Rulle bestod af en $1,3^{mm}$ tyk Kobbertraad, omgivet af Guttapercha. Længden af den opviklede Traad var $20,562^m$, Vindingernes Antal 76, Højden 216^{mm} . Traadenderne, hver $0,77^m$ lange, bleve anbragte lige som ved den første Rulle. De to Rullers elektrodynamiske Konstanter vil jeg betegne ved (A) og (B).

Ved Beregningen af disse Ledningers Induktionskonstanter er jeg gaaet ud fra, at den til de gjensidige inducerende Virkninger af to Strømelementer svarende Induktionskonstant er for enhver af disse Elementer lig $\frac{ds \cdot ds'}{r} \cos \varepsilon$, naar ds og ds' ere

Elementernes Længder, r deres Afstand og ε den Vinkel, de danne med hinanden indbyrdes. For en Traad med Radius α , som er trukket m Gange frem og m Gange tilbage i parallelle Vindinger af Længden l og i Afstanden d , bliver saaledes den beregnede Induktionskonstant

$$C' = 4l \left[m \left(\log \frac{d}{\alpha} + \frac{3}{4} \right) - (2m-2) \log 2 + (2m-3) \log 3 - \dots \right] \\ + 2d (2m-1) \left(\log \frac{2d}{\alpha} - \frac{1}{4} \right) + \frac{d}{2} \left(\frac{m-1}{1} + \frac{m-2}{2} + \dots \right) \\ + \frac{d}{2} \left(\frac{m-2}{1} + \frac{m-3}{2} + \dots \right) + \dots,$$

hvorved ogsaa de smaa Traadstykker, som afvejlende ved begge Ender forbinde de længere parallelle Traade, ere tagne med i Beregning.

Ved Beregningen af Induktionskonstanten for en Traadrulle med et enkelt Lag Vindinger har jeg i Stedet for en Summering benyttet Integration, hvorved jeg er kommet til Formlen

$$C' = \frac{32\pi r^3}{3\alpha^2} \left[-1 + \frac{2c^2-1}{c^3} E + \frac{1-c^2}{c^3} K \right],$$

som er lettere at benytte end den Kirchhoff'ske Summationsformel. Heri er r Vindingernes Radius, α deres indbyrdes Afstand, som er udledet ved Division af hele Rullens Højde h , regnet fra dens yderste Grænser, med Vindingernes Antal. Endvidere er

$$c^2 = \frac{4r^2}{h^2 + 4r^2},$$

medens K og E ere de bekendte Betegnelser for de fuldstændige elliptiske Integraler af første og anden Art med Modulus c .

Ligeledes har jeg beregnet den til to Traadrullers gjensidige inducerende Virkninger svarende Induktionskonstant for det Tilfælde, at den ene Rulle er stillet med sin Axe i Forlængelsen af den anden Rullens Axe, og at deres Radier kun ere lidt forskellige. Den fundne Formel er

$$C' = \frac{128 r^2 r'^2 \sqrt{r r'}}{3 a a' (r + r')^2} S \left[\frac{3\pi (r' - r) \sqrt{1 - c^2}}{-2 (r' + r) c} + \frac{2c^2 - 1}{c^3} E + \frac{1 - c^2}{c^3} K \right],$$

hvor r og r' ere Vindingernes Radier, a og a' deres Afstande, og S betegner Summen af de fire forskjellige Værdier, som det indklamrede Udtryk erhoder, naar c^2 efterhaanden sættes lig

$$\frac{4 r r'}{d^2 + (r + r')^2}, \quad \frac{4 r r'}{(d + h + h')^2 + (r + r')^2},$$

$$\frac{4 r r'}{(d + h)^2 + (r + r')^2}, \quad \frac{4 r r'}{(d + h')^2 + (r + r')^2},$$

og de til de sidste to Værdier for c^2 svarende Udtryk regnes med negativt Fortegn. Heri ere endvidere h og h' de to Rullers Højder og d deres nærmeste Afstand. Sættes i denne Formel $r' = r$, $h' = h$ og $d = h$ erholdes den dobbelte Værdi af den til en enkelt Rulle svarende Induktionskonstant, som oven for er beregnet.

I de Forsøg, hvor begge Ruller indførtes samlede, var Rullen A stillet oven paa B, saaledes at begge Rullers Axe laa i en ret Linie, og deres nærmeste Afstand var 48^{mm}. Her var saaledes i Millimeter

$$r = 41,06, \quad r' = 43,07, \quad h = 121, \quad h' = 216, \quad d = 48,$$

$$a = 1,260, \quad a' = 2,842.$$

Disse to Rullers relative Induktionskonstant vil blive betegnet ved (A, B). De efter de angivne Formler numerisk beregnede Induktionskonstanter for de forskjellige Ledninger ere følgende:

$$(1) = 414,8^m, \quad (2) = 1992,9^m, \quad (3) = 372,1^m, \quad (4) = 332,6^m,$$

$$(5) = 1271,4^m,$$

$$(A) = 3880^m, \quad (B) = 1666^m, \quad (A, B) = 166,4^m.$$

I Forsøgene selv indgik der foruden disse Ledninger ogsaa mindre Traadstykker, hvis Induktionskonstanter det var tilstrækkeligt at bestemme efter et Skjøn. Jeg regnede saaledes Konstanten for de tykkere Kobbertraade lig 10 Gange Traadens Længde, for den tynde Nysølvtraad 15 Gange Længden og for de to tæt ved hinanden løbende Kobbertraade, som førte til og fra Rullerne, 5 Gange Længden, alt beregnet i Meter. De saa-

ledes beregnede Induktionskonstanter af de indskudte smaa Traadstykker ere neden for overalt angivne ved Siden af selve Ledningernes Konstanter.

De første Forsøg, som gik ud paa en Sammenligning imellem de udspændte Traadledningers elektrodynamiske Konstanter, viste strax en meget nær Overensstemmelse med Beregningen, idet Forsøgsresultaterne vare følgende:

$$\frac{(1) + 4}{(3) + 17} = 1,083 \text{ (bereg. 1,067)}$$

$$\frac{(2) + 6}{(3) + 17} = 5,137 \text{ (bereg. 5,137)}$$

$$\frac{(3) + 8}{(5) + 18,5} = 0,292 \text{ (bereg. 0,295)}$$

$$\frac{(3) + 6}{(4) + 6} = 1,108 \text{ (bereg. 1,117).}$$

Afvigelserne fra de beregnede Værdier beløbe sig i Gjennemsnit til 0,6 Procent og ligge inden for iagttagelsesfejlenes Grænser. En Sammenligning imellem Traadrullerne og Traad Nr. 5 gav Resultaterne

$$\frac{(A) + 37,2}{(5) + 6,2} = 3,233 \text{ (ber. 3,067)}$$

$$\frac{(B) + 17,2}{(5) + 6,2} = 1,391 \text{ (ber. 1,318).}$$

Her ere begge de iagttagne Forhold imellem 5 og 6 Procent større end de beregnede, og Afvigelserne ligge saaledes langt uden for iagttagelsesfejlenes Grænser.

Endelig sammenlignedes Traad Nr. 5 med begge Ruller, stillede saaledes som oven for er angivet, den ene oven paa den anden, idet Strømmen i det første Forsøg gik i samme Retning igjennem begge Ruller og i det andet Forsøg blev vendt om i den ene Rulle. Disse Forsøg, som bleve anstillede med særlig Omhyggelighed, for at iagttagelsesfejlene kunde bringes ned til det mindst mulige, gavede Resultaterne

$$\frac{(A) + (B) + (A, B) + 55,4}{(5) + 6,2} = 4,776$$

$$\frac{(A) + (B) - (A, B) + 54,4}{(5) + 6,2} = 4,490.$$

Indsættes heri $(A, B) = 166,4^m$, erhoides

$$(A) + (B) = 5352^m \text{ (ber. 5546)}$$

$$(5) = 1162^m \text{ (ber. 1271)}.$$

Da Fejlene i de enkelte Iagttagelser her fremtræde betydelig forøgede, maa man for Traadrullernes Vedkommende betragte Resultatet som særdeles tilfredsstillende, og indsættes i Forsøgsresultaterne de beregnede Værdier af (A) og (B) , som vi nu maa betragte som de rigtigste, saa give de to Forsøg $(5) = 1204$ og $1201,5$, hvoraf Middelværdien er 1203 (ber. 1275). Altsaa give ogsaa her Forsøgene Afvigelser paa imellem 5 og 6 Procent, saaledes at alle de udstrakte Traade maa tillægges Konstanter, der ere 5 til 6 Procent mindre end de beregnede.

Disse Afvigelser for de udspændte Traades Vedkommende lade sig utvivlsomt fuldstændig tilfredsstillende forklare af Omgivelsernes inducerende Tilbagevirkning, som netop maa formindske disse Traades Konstanter. Forsøgsresultaterne maa derfor betragtes som værende i fuldstændig Overensstemmelse med Theorien.

Der er imidlertid dog endnu en Mulighed tilbage, som vi ikke kunne undlade at tage med i Betragtning. Forsøgene ere anstillede saaledes, at de elektrodynamiske Konstanter for de to Ledninger, som sammenlignes, netop forholde sig som disses Ledningsmodstande. Betegnes de to Konstanter ved C og C_1 og Ledningsmodstandene ved r og r_1 , saa giver Forsøget Forholdet

$$m = \frac{r}{r_1} = \frac{C}{C_1},$$

men heraf kan ogsaa dannes Forholdet

$$m = \frac{C + Ar}{C_1 + Ar_1}$$

idet A er en vilkaarlig Faktor. Naar altsaa en Lednings elektrodynamiske Konstant indeholdt et med Ledningsmodstanden proportionalt Led, saa vilde dette, selv om det var nok saa stort, ikke blive opdaget ved nærværende Forsøgsmethode. Det Spørgsmaal som tidligere (Side 43) er fremsat og i Ligning (2) Side 45 nærmere præciseret, er saaledes endnu ikke fuldstændig besvaret ved de anstillede Forsøg, men af Forsøgsresultaterne maa dog betragtes som fremgaaet, at Konstanten D i Ligningen (2) maa, hvis den overhovedet er forskjellig fra 0, for forskellige Metaller (som Kobber og Nysølv) være proportional med disses specifikke Ledningsmodstand.

Det laa nu nær at undersøge, om man vilde komme til de samme Resultater, naar der til Frembringelsen af den fornødne Modstand blev indskudt en Vædskerheostat i Stedet for den tynde Nysølvtraad. Jeg benyttede hertil et Trug med en koncentreret Opløsning af svovlsurt Kobberilte, hvori indsattes Kobberplader som Elektroder. Det viste sig imidlertid, at Forsøgene slet ikke lode sig udføre paa denne Maade, da Virkningerne paa Telefonen kun kunde bringes ned til et vist Minimum. Der fremkom intet «dødt Punkt», saa at Extrastrømmen i de to Ledninger ikke kunde bringes til fuldstændig at dække hinanden. At regne efter det iagttagne Minimumspunkt havde Vædskerheostaten den Virkning, at den formindskede den elektrodynamiske Konstant, hvilket muligvis kunde hidrøre fra Virkningen af Elektrodernes Polarisation ved Strømmens Afbrydelse, idet denne Virkning gaar modsat Extrastrømmen. Tillige bemærkedes, at en jævnsides med Telefonen indskudt Multiplikator viste et Udslag ved Telefonens Minimumspunkt, og at dette Udslag hidrørte fra en Overvægt af Strømmen i Vædskerheostats Gren.

Da det saaledes viste sig, at Polarisationen kunde virke meget forstyrrende ind paa Forsøgene, undersøgte jeg ogsaa, hvor vidt lignende Forstyrrelser kunde fremkomme ved thermoelektriske Strømme. Dette viste sig dog aldeles ikke at være

Tilfældet, i det mindste ved de svage Strømme, jeg benyttede; jeg kunde endogsaa indskyde et helt Batteri af thermoelektriske Elementer, uden at der fremkom nogen Forstyrrelse i Forsøgsresultaterne.

En anden Methode til Bestemmelsen af den elektrodynamiske Konstant have vi i de Feddersen'ske Flaskeudladnings Forsøg. Det var saa meget mere nødvendigt at gjenoptage disse Forsøg, som det kun paa denne Maade var muligt at opspore Aarsagerne til Uoverensstemmelserne imellem Theorien og de af Feddersen fundne Resultater. Dog ansaa jeg det ikke for nødvendigt at paatage mig det besværlige Arbejde at gjennemgaa paa ny den hele Række af Forsøg, som Feddersen paa en saa beundringsværdig Maade har udført, idet jeg ansaa nogle faa sikre og gode Maalinger for at være tilstrækkelige for det tilsigtede Øjemed.

Ved et paa et isoleret Underlag anbragt Rotationsapparat, som blev drevet ved et Haandsving, sattes gennem en Hjulforbindelse et plant Staalspejl med en Diameter af 27^{mm} i hurtig Rotation. Der svarede $468\frac{3}{4}$ Omdrejninger af Spejlet til hver Omdrejning af Haandtaget, og man kunde med Lethed opnaa 100 til 200 Omdrejninger af Spejlet i Sekundet, inden for hvilke Grænser jeg holdt mig ved Forsøgene. Til Bestemmelse af Rotationshastigheden var der paa Haandsvingets Axel anbragt en Messingskive, 210^{mm} i Diameter, som blev overtrukket med Colloidium og sodet i en Petroleumflamme. En med en Messingspids forsynet Stemmegaffel, som gjorde 226 hele Svingninger i Sekundet, var anbragt paa et fast og isoleret Underlag i en horisontal Stilling foran Skiven, saaledes at dens Spids trykkede ind imod den sodede Flade. Naar en Klemme, som holdt Gafflens Grene sammentrykkede, blev trukket fra, tegnede Spidsen en Bølgelinie paa den roterende Skive.

Fra det roterende Spejls Bagside udgik en kort Arm, hvortil var loddet en kort og tynd Metaltraad. Begge Dele vare, paa Spidsen af Traaden nær, overtrukne med Skellak. I en bestemt

Stilling af Spejlet befandt denne Traadspids sig lige over for Mundingen af et Glasrør, hvori en Kobbertraad, som var trukket nogle Millimeter tilbage fra Mundingen, var indsmeltet med Skellak.

Som elektrisk Opsamlingsapparat benyttedes et Batteri af 9 Leydnerflasker, der bleve ladede ved en Holtz's Elektriser-maskine. Udladningen indleddes ved at føre en med Kugle forsynet Traad hen til Batteriets indre Belægning, hvilken Bevægelse udførtes, kort efter at Stemmegafflen var sat i Svingninger, blot ved at strække en Finger ud paa den Haand, som satte Rotationsapparatet i Bevægelse. Ledningen førte fra Batteriets indre Belægning til den oven for omtalte i et Glasrør indsmeltede Kobbertraad, hvorfra Udladningen i det Øjeblik, den paa Spejlets Bagside anbragte Spids befandt sig lige over for Glasrørets Munding, gik over til Spejlet, Rotationsapparatet og gennem Messingskivens Collodiumshinde til Stemmegafflen. Herfra førte en kort Ledning til en fast Udlader, som bestod af to, omtrent i en Afstand af 5^{mm} horisontalt lige over for hinanden stillede smaa Kugler af Kobber eller Tin, der paa to smaa Pletter nær vare overtrukne med Skellak. Fra denne Udlader gik endelig Elektriciteten gennem en af de tidligere omtalte større, overalt isolerede Traadledninger tilbage til Batteriets ydre Belægning.

Imellem den faste Udlader og det roterende Spejl var der anbragt et fotografisk Linseapparat, som samlede Straalerne fra Gnisten saaledes, at hele det brudte Straalebundt blev optaget af Spejlet og herfra kastet tilbage til en lidt over Udladeren anbragt fotografisk Plade, paa hvilken der dannede sig et noget forstørret Billede af Gnisten. De benyttede Plader vare meget følsomme, tørre Plader med Gelatinehinde.

De fotografiske Billeder, jeg erholdt ved de kortere Ledninger, vare utydelige, derimod lykkedes det mig med de længere Ledninger at faa tre Billeder, hvori de ved den oscillatoriske Udladning fremkomne ækvidistante, til de enkelte Oscillationer

svarende Striber vare tilstrækkelig tydelige, til at jeg kunde maale deres Afstande. Spejlets samtidige Rotationshastighed blev efter Udladningen bestemt af den af Stemmegafflens Spids paa den sodede Messingskive beskrevne Bølgelinie, idet jeg koncentrisk paa Skiven anbragte en Papirsektor paa 20° , i hvis Midte der var anbragte en smal radial Spalte, saaledes at Mærket af Gnisten saas i Spalten, hvorpaa jeg med to Streger mærkede Sektorens Skjæringspunkter med Bølgelinien. Derefter blev Antallet af Stemmegafflens Svingninger imellem de to Mærker talt.

Er r Afstanden fra Spejlet til den fotografiske Plade, saa bevæger det paa Pladen dannede Billede sig med en Hastighed, som svarer til Vejen $4\pi r$ for hver Omdrejning af Spejlet. Gjør Spejlet n Omdrejninger i Sekundet, vil Billedet i Tiden T have tilbagelagt Vejen

$$b = 4\pi r n T.$$

Naar saaledes T er Tiden for de enkelte Oscillationer i Gnisten, vil b svare til Afstanden imellem Striberne i det fotografiske Billede.

Er endvidere m Antallet af hele Svingninger, som Stemmegaffen har beskrevet imellem de afsatte to Mærker, saa vil man, da disse Mærkers Afstand er 20° og Stemmegaffen gjør 226 hele Svingninger i Sekundet, have

$$n = 468\frac{3}{4} \cdot \frac{262}{18m}.$$

Af disse to Ligninger erholdes, idet $r = 455,7^{mm}$,

$$T = 0,02967 \cdot 10^{-6} mb.$$

Heri vil b være at maale i Millimeter.

Ved det ene af Forsøgene var hele den oven for omtalte udspændte Traadledning indskudt, nemlig Ledningerne Nr. 2, 3 og 5, foruden en med Guttapercha omgiven Kobbertraad, som førte fra de udspændte Ledninger til det tilstødende mørke Forsøgslokale. For denne Kobbertraad, som jeg vil betegne ved Nr. 0, fandtes ved Forsøg, idet den sammenlignedes med

en af de udspændte Ledninger, den elektrodynamiske Konstant (0) = 216,8^m.

Det fotografiske Billede viste 5 ækvidistante smalle Striber. Afstanden imellem de yderste var 26,2^{mm}, hvoraf erholdes $b = 6,55$. Tillige var $m = 42$. Heraf findes Oscillationstiden i Sekunder

$$T = 8,16 \cdot 10^{-6} \text{ for Ledn. Nr. 0, 2, 3, 5.}$$

De to andre Forsøg foretoges alene med Ledningerne Nr. 2 og Nr. 0. Her vare henholdsvis 4 og 5 smalle ækvidistante Striber synlige. Stribernes Afstande vare 5,67^{mm} svarende til $m = 38,5$ og 5,65 for $m = 36,7$. Heraf erholdes som Middel

$$T = 6,32 \cdot 10^{-6} \text{ for Ledn. Nr. 0, 2.}$$

Med Hensyn til den theoretiske Bestemmelse af Oscillationstiden, kunde jeg henvise til den Kirchhoff'ske Afhandling; da imidlertid Beregningen er meget simpel for de til de udførte Forsøg svarende Tilfælde, skal jeg for Oversigtens Skyld her gjennemgaa dem. Vi ville strax indføre den Forudsætning, hvis Rigtighed for de her betragtede Tilfælde følger af Kirchhoff's Beregning, at Modstanden i Ledningen ikke faar nogen kjendelig Indflydelse paa Oscillationstiden. Ligning (1) Side 44 giver, idet r sættes lig 0,

$$V = C \frac{di}{dt}.$$

Hertil kommer, at Potentialforskjellen V imellem Ledningens to Endepunkter, Batteriets indre og ydre Belægning, kan bestemmes ved

$$\beta V = a^2 Q,$$

hvor Q er Batteriets «disponible Ladning» og β dets «Kapacitet» eller dets til Potentialforskjellen 1 svarende disponible Ladning, begge maalte i mekanisk Maal. Hvis vi i Beregningen benyttede dette Maal, vilde den oven for indførte Konstant a være 1, men da vi have lagt det elektromagnetiske Maal til Grund, maa som bekjendt denne Konstant betragtes som meget nær lig Lysets Hastighed, eller $a = 300 \cdot 10^6$ Meter.

Endelig vil under Udladningen et Tab ($-dQ$) af den disponible Ladning svare til en lige saa stor samtidig Forøgelse ($i dt$) af den i Ledningen under Form af elektrisk Strøm tilstedeværende Elektricitetsmængde. Altsaa er

$$-\frac{dQ}{dt} = i.$$

Af de saaledes opstillede tre Ligninger erholdes ved Elimination af Q og V Differentialligningen

$$a^2 i + \beta C \frac{d^2 i}{dt^2} = 0,$$

hvis Integral har Formen

$$i = A \cos \frac{t}{T} \pi + B \sin \frac{t}{T} \pi,$$

idet
$$T = \frac{\pi}{a} \sqrt{\beta C}. \quad (3)$$

Dette er saaledes den beregnede Oscillationstid. Det vil ses, at der i dette Udtryk indgaar, foruden den elektrodynamiske Konstant C , Batteriets Kapacitet β , som det nu altsaa staar tilbage at bestemme.

Denne Bestemmelse udførtes ved Sammenligning af Batteriet med to store Kondensatorer af simple Former. Den ene bestod af to 0,997^m høje Cylindre af 1,3^{mm} tykt Zinkblik, som vare opstillede vertikalt paa Skellakfodder, den ene koncentrisk inden i den anden. Den ydre Cylinders Omkreds, regnet efter dens indvendige Flade, var 1,253^m, den indre Cylinders Omkreds, regnet efter den udvendige Flade, var 1,105^m.

Beregnes denne Kondensators Kapacitet, som vi ville betegne ved β_1 , ved Formlen

$$\beta_1 = \frac{h}{2 \log a},$$

hvor h er Cylindrenes Højde og a Forholdet imellem deres Omkredse, vil man finde

$$\beta_1 = 3,983^m.$$

Den benyttede Formel forudsætter imidlertid, at Cylindrenes Afstand kan betragtes som uendelig lille i Sammenligning med

deres Højde. I Virkeligheden maa Kapaciteten være ikke lidt større.

Den anden Kondensator bestod af to cirkelrunde Plader af Bessemerstaal, $1,471^m$ i Diameter og $6,5^{mm}$ tykke. De vare stillede horisontalt, den underste hvilende paa et Træstativ. 6 paa denne anbragte $52,6^{mm}$ høje Glas cylindre bare den øverste Plade. Beregnes deres Kapacitet, som vi ville betegne ved β_2 , ved Formlen

$$\beta_2 = \frac{R^2}{4e},$$

hvor R er Pladernes Radius, e deres Afstand, erholdes

$$\beta_2 = 2,571^m.$$

Dette Resultat er ligeledes ikke lidet for lavt. En fuldstændig Løsning af dette Kondensatorproblem haves ikke, men Kirchhoff har i Berichte der Berliner Academie for 1877 bestemt den Korrektion, som maatte blive at tilføje til den oven for benyttede Formel, for det Tilfælde, at Pladernes Afstand og Tykkelse kunde betragtes som uendelig smaa i Sammenligning med deres Radius. Efter denne Formel vilde man finde $\beta_2 = 2,92^m$, altsaa en næsten 14 pCt. højere Værdi. Naar Korrektionen, som i Beregningen forudsættes at skulle blive uendelig lille, kan opnaa saa høj en Værdi, maa det imidlertid vække Betænkelighed at indføre den, da man ingen Sikkerhed har for, at den korrigerede Værdi kommer den sande Værdi nærmere end den ikke korrigerede, og jeg foretrækker derfor at benytte den sidste, hvorom man i det mindste med Sikkerhed kan vide, at den er for lav. At vælge mindre Afstande imellem Kondensatorpladerne eller imellem de to Cylindre, hvad jeg i øvrigt forsøgte, bringer Unøjagtigheder med sig af anden Art, dels paa Grund af Isolationsvanskeligheder, dels fordi de uundgaaelige smaa Forskjelligheder i Afstandene da faa en alt for stor Indflydelse.

For først at sammenligne de 9 Flasker, hvoraf mit Batteri bestod, indbyrdes, bleve de ladede samtidig i Forbindelse med

hverandre og derefter udladede hver for sig igjennem et Spejlgalvanometer med mange Vindinger, idet der tillige i Ledningen var indskudt et med Vand fyldt Glasrør. Deres Kapaciteter forholdt sig da som de i Kikkerten iagttagne Udslag paa Maalestokken. Flaskerne viste sig temmelig ens, paa to nær, hvis Kapacitet var omtrent 20 Procent større end de øvrige. Hele Batteriets Kapacitet fandtes 9,37 Gange større end den Flaskes Kapacitet, som jeg valgte til Sammenligning med de omtalte Kondensatorer.

Til denne Sammenligning benyttedes et Snoningselektrometer, hvis bevægelige horisontale Stang var i ledende Forbindelse gennem Ophængningstraaden med den faste Stang. Begge disse Stænger vare saaledes altid ladede til samme Potential. Ved Maalingerne blev Snoningstraadens Ophængningspunkt omdrejet ved et isoleret Haandtag, saaledes at Udslaget blev bragt ned til en konstant Vinkel (20°), hvorefter Snoningsvinklen aflæstes paa en for oven anbragt inddelt Kreds.

Elektrometret var forbundet med den indre Belægning af Leydnerflasken, hvis ydre Belægning lige som Cylinderkondensatorens ydre Cylinder og Pladekondensatorens underste Plade var i Forbindelse baade med Gas- og Vandledningen. Ved Forsøgene blev Flasken ladet med Elektricitet, Elektrometrets Snoningsvinkel bestemtes, hvorefter den blev partielt udladet til Kondensatoren og Snoningsvinklen atter bestemt. Tre med Cylinderkondensatoren anstillede Forsøg gave følgende Forhold imellem de iagttagne Snoningsvinkler:

$$\frac{55}{38} = 1,45, \quad \frac{78}{53} = 1,47, \quad \frac{74}{50} = 1,48, \quad \text{Middel } 1,466.$$

Flaskens og Elektrometrets elektriske Potential er altsaa ved Udladningen gaaet ned fra $\sqrt{1,466} = 1,211$ til 1, hvoraf følger, at Flaskens Kapacitet (Elektrometrets og Ledningens Kapacitet var saa lille, at den kan lades ude af Betragtning) forholder sig til Cylinderkondensatorens Kapacitet β_1 ligesom 1 til 0,211. Be-

tegnes Flaskens Kapacitet med K , vil man med den tidligere angivne Værdi af β_1 heraf erholde

$$K = 18,88^m.$$

Paa en lignende Maade blev en Sammenligning foretaget imellem den samme Flaskes og Pladekondensatorens Kapaciteter, kun med den Forskjel, at Flasken blev udladet til Kondensatoren 3 Gange hurtig efter hinanden, imedens Kondensatoren blev udladet imellem hver Gang. Flaskens Potential gik herved ned fra 1,466 til 1 eller for hver Udladning fra $\sqrt[3]{1,466} = 1,136$ til 1. Med den beregnede Værdi for Pladekondensatorens Kapacitet vilde heraf følge

$$K = 18,90^m,$$

men det maa bemærkes, at begge de saaledes fundne Værdier maa, paa Grund af den ufuldstændige Beregning af de to Kondensatorers Kapaciteter, betragtes som ikke lidt for lave, og at sandsynligvis Korrektionerne ville blive noget forskellige for de to Tilfælde.

Hele Batteriets Kapacitet vil altsaa være noget større end $9,37 \cdot 18,89^m = 177,0^m$.

Indsættes nu denne Værdi for β i Ligning (3) og sættes her tillige med de tidligere Betegnelser $C = (0) + (2) + (3) + (5)$, hvor $(0) = 216,8^m$ og de tre andre elektrodynamiske Konstanter bestemmes af de tidligere beregnede Værdier, med Fradrag af 5,5 Procent, vil man erholde $C = 3653^m$ og

$$T = 8,42 \cdot 10^{-6} \text{ (iagtt. } 8,16 \cdot 10^{-6}\text{)}.$$

Til de andre to Iagttagelser over Oscillationstiden svarer $C = (0) + (2) = 2100^m$, som indsat i den samme Ligning (3) giver

$$T = 6,38 \cdot 10^{-6} \text{ (iagtt. } 6,32 \cdot 10^{-6}\text{)}.$$

Der viser sig saaledes en smuk Overensstemmelse imellem Iagttagelserne og Theorien; dog maa det erindres, at Overensstemmelsen i Virkeligheden er noget mindre, end det her synes, da Batteriets Kapacitet ganske sikkert er større end den antagne. I Virkeligheden er altsaa den iagttagne Oscillationstid

noget mindre end den beregnede, hvilket Resultat netop er det modsatte af det, som fremgik af den Kirchhoff'ske Beregning af Feddersens Forsøg. Men heraf følger, at der ikke bliver nogen Grund til at tillægge Elektriciteten Inerti eller til i Ligning (2) at tillægge det hypothetisk tilføjede Led nogen Betydning. Hvad vi have kaldet Induktionskonstanten bliver identisk med den elektrodynamiske Konstant, og denne afhænger i Overensstemmelse med den hidtil antagne Theori kun af Kræfter, som virke paa Afstand. Ville vi tillægge de her fundne Afvigelser nogen Betydning, maa Forklaringen til dem nærmest søges i Gnisten selv, der saaledes som jeg i Begyndelsen af denne Afhandling har berørt, sandsynligvis netop ved de ejendommelige Forhold, her indtræde, vil bevirke en Formindskelse af Oscillationstiden.

Det vil nu heller ikke være vanskeligt at finde, hvor Fejlen har ligget i Beregningen af de Feddersen'ske Forsøg. Feddersen havde selv ikke bestemt sit Batteris Kapacitet, og Kirchhoff beregner denne, idet han efter en Angivelse af Siemens forudsætter, at Glassets Fordelingsevne («Dielektricitetskonstant») er 2. Dette Tal er imidlertid meget for lavt. Da en af mine Leydnerflasker ved et Uheld blev slaaet itu, fik jeg en god Lejlighed til at gjøre mangfoldige Maalinger af Glasstykkernes Tykkelse paa forskjellige Steder. Den var i Gjennemsnit for Siden 2,30^{mm} og i Bunden 7,4^{mm}. For den indre Belægning var Højden 232^{mm} og Diameteren 107^{mm}. Heraf findes, naar Glassets Fordelingsevne betegnes ved μ , for Bunden Kapaciteten 0,0967^m μ og for den cylindriske Del 2,756^m μ , i Alt 2,853^m μ . Ved tidligere Maalinger var denne Flaskes Kapacitet fundet 3 Procent større end Kapaciteten af den Flaske, som blev benyttet ved de oven for omtalte Maalinger. Man vil saaledes erholde

$$2,853\mu = 19,46,$$

hvoraf

$$\mu = 6,82.$$

I Virkeligheden er denne Fordelingsevne endnu lidt større. Heraf ses, at Fejlen i Beregningen af de Feddersen'ske Forsøg ligger i Bestemmelsen af μ ; gjøres denne 3,41 Gange større, bliver den beregnede Oscillationstid $\sqrt{3,41} = 1,85$ Gange større, og vil da være i god Overensstemmelse med den iagttagne.

Ogsaa andre Fysikere have fundet en meget stor Fordelingsevne hos Glasset. Saaledes angiver Wüllner¹⁾ for Glas 6,10, Hopkinson²⁾ for Flintglas 6,57 til 10,1, Schiller³⁾ for halvhvidt Glas 2,96, 3,66, for hvidt Spejlglas 5,78 til 6,34. Endelig findes der i den samme Afhandling af W. Siemens⁴⁾, hvor Glassets Fordelingsevne angives at være omtrent lig 2, anført et Forsøg, hvoraf et ganske andet Resultat fremgaar. En to engl. Linier tyk Jerntraad af 120,85^m Længde var ophængt isoleret 8^m over Jorden. Dens Kapacitet sammenlignedes med Kapaciteten af en 1^{mm} tyk Glasplade med 2,25 Kvadratdecimeters Belægning, og Forholdet fandtes som 2138 til 2948. En Beregning af dette Forsøg giver Fordelingsevnen 5,21 for Glasset.

Foruden de Bestemmelser af forskjellige Kobbertraades elektrodynamiske Konstanter, som jeg har omtalt, udførte jeg illsige nogle Maalinger af Jerntraadens elektrodynamiske Konstanter. En 2,2^{mm} tyk galvaniseret Jerntraad var udspændt ved Siden af Kobbertraadene og trukket én Gang frem og tilbage imellem de to Pulpiturer. Ved Sammenligning med en af Kobbertraadene viste det sig, at Extrastrømmene i de to Traade ikke kunde bringes til Dækning; dog fremtraadte et tydeligt Minimum, hvorefter Jerntraadens elektrodynamiske Kon-

¹⁾ Wiedemanns Ann. Bd. 1, S. 401.

²⁾ Proc. Roy. Soc. 26, p. 298.

³⁾ Pogg. Ann. Bd. 152, S. 557.

⁴⁾ Pogg. Ann. Bd. 102, S. 66.

stant vilde være omtrent 6 Gange større end Konstanten for Kobbertraaden Nr. 4 af samme Længde og en lidt mindre Tykkelse. Ved Sammenligning med den ene Traadrulle (B) fandtes en tilsvarende Værdi for denne Jertraads Konstant, nemlig 2080^m. Omtrent det samme Resultat gav en anden lige saa lang, men tyndere (1^{mm} tyk) Jertraad, men nøjagtigere fandtes ved Sammenligning imellem de to Jertraade indbyrdes, hvorved dog Extrastrømmene heller ikke kunde bringes til at ophæve hinanden ganske, at den tyndere (og blødere) Traads Konstant var 1,13 Gange større end den andens.

At der i Jertraade fremtræder en betydelig Forøgelse af Extrastrømmen, har været bekjendt, navnlig efter Villari's Undersøgelser herover, og er omtalt i Wiedemann's Lehre vom Galvanismus Bd. II, S. 55. Herwig¹⁾ har med Anvendelse af den Wheatstone'ske Traadkombination med Galvanometer nærmere undersøgt Extrastrømmen i Jernstænger, og af sine Forsøg udledet det Resultat, at Extrastrømmene i Stænger af forskjellig Tykkelse skulde forholde sig som Kvadratet af deres Gjennemsnit. Dette Resultat er i Strid med det af mig fundne, men med saa korte Stænger, som han benyttede (1,6^m og 1,7^m), og med et saa lidet følsomt Apparat, som Galvanometret er for disse Maalinger, kunde Forsøgene kun føre til meget usikre Resultater.

Saa vel Herwig som G. Wiedemann søge Aarsagen til denne stærke Extrastrøm i den transversale ringformige Magnetisme, som fremkommer i en Jertraad, naar en elektrisk Strøm ledes igjennem den, og der vil vel herom heller ikke kunne være nogen Tvivl. Jeg skal nærmere søge at bestemme denne Magnetisme og dens inducerende Virkninger for en udspændt, cylindrisk Traad, en Bestemmelse, som ingen Vanskeligheder frembyder, da vi her have med en Magnetisme at gjøre, som

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 143, S. 115.

selv aldeles ikke frembringer magnetiske, men kun elektriske Virkninger.

Den magnetiserende Kraft, hvormed hele Strømmen virker i de Punkter i Traaden, som ligge i en Cirkel i Afstanden a fra Traadens Axe, er rettet tangentielt til Cirklen. Det enkelte Strømelement med Strømtætheden u og de semipolare Koordinater x, r, θ virke paa et Punkt, hvis Koordinater ere $0, \alpha, 0$, i den nævnte tangentielle Retning med den magnetiserende Kraft

$$u \frac{(a - r \cos \theta) r dr dx d\theta}{(x^2 + a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta)^{\frac{3}{2}}}.$$

Dette Udtryk, integreret fra $x = -\infty$ til $x = +\infty$ (idet Traaden tænkes uendelig lang), fra $\theta = 0$ til $\theta = 2\pi$ og fra $r = 0$ til $r = a$ (Traadens Radius), bliver

$$2\pi u a.$$

Naar vi altsaa betegne Jernets «Magnetiseringsfunktion» ved k , og det i Rumheden af Traaden i Afstanden a fra Axen frembragte magnetiske Moment ved M , saa er

$$M = 2\pi u a k.$$

For et Rumelement med Koordinaterne x, a og θ er det magnetiske Moment altsaa $M a d a x d\theta$. En Forandring af dette Moment frembringer i et ved Koordinaterne $0, r, 0$ bestemt Punkt en elektromotorisk Kraft, hvis Komposant i Retning af Traadens Axe er

$$-\frac{dM}{dt} \cdot \frac{(a - r \cos \theta) a d a x d\theta}{(x^2 + a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta)^{\frac{3}{2}}},$$

hvoraf erholdes ved Integration fra $x = -\infty$ til $x = +\infty$, fra $a = 0$ til $a = a$ og fra $\theta = 0$ til $\theta = 2\pi$

$$-4\pi^2 k \frac{du}{dt} (a^2 - a^2).$$

Den inducerede elektromotoriske Kraft er altsaa størst i Axen og forsvinder i Traadens Overflade. Tage vi Middel-

værdien for hele Traadens Gjennemsnit, og betegnes Strømsstyrken ved $i = \pi a^2 u$, bliver denne Middelværdi

$$- 2\pi k \frac{di}{dt}.$$

Den elektrodynamiske Konstant for en udspændt Jertraad af Længden l vil altsaa være at udtrykke ved

$$C = l \left(2 \log \frac{l}{a} + 2\pi k \right).$$

Det ses heraf, at Magnetiseringsfunktionen k paa en simpel Maade kommer til at indgaa i Udtrykket for den elektrodynamiske Konstant, og at den Forøgelse, denne modtager paa Grund af Magnetismen, er uafhængig af Traadens Tykkelse. I de oven for anførte Forsøg var $l = 31^m$ og $C = 2080^m$ for den tykkere Traad, hvoraf findes k omtrent lig 10, hvilke Resultater passe ret godt med, hvad vi ellers vide om Jernets Magnetiseringsfunktion.

Den sidste kan imidlertid som bekjendt ikke betragtes som en egentlig Konstant, og, hvad der navnlig her faar Betydning, Forandringen af det magnetiske Moment er ikke momentant, svarende til den samtidige Forandring af de magnetiserende Kræfter. Følgen heraf bliver, at Extrastrømmen i en Jertraad vil strække sig ud over et længere Tidsrum end i en Kobbertraad, hvorfor man heller ikke kan vente, hvad Forsøgene ogsaa viste, at Extrastrømmene i en Kobber- og en Jertraad eller endog blot i to forskjellige Jertraade skulde kunne dække hinanden fuldstændig.

Virkningen af en Jerntelegraftaads magnetiske Egenskaber paa Telegraferingen er ikke ubetinget skadelig. Til den større elektrodynamiske Konstant svarer vel en mindre Forplantnings-hastighed, men tillige ogsaa en mindre Absorptionskoefficient eller en mindre stærk Aftagen af de periodiske Strømmes Intensitet med voxende Afstand. Derimod vil den magnetiske Inerti virke ubetinget skadeligt, idet den vil udviske de givne

Impulser. Traadens Magnetisme vil saaledes gjøre disse lidt stærkere, men mindre skarpe.

Hensynet til Jernets Magnetisme bliver af væsentlig Betydning for Beregningen af Elektricitets Forplantningshastighed i Jerntelegrafledninger. Der kunde vel ogsaa for andre Metaltraade blive Spørgsmaal om Indflydelsen af den omgivende Lufts Magnetisme og om Traadens egne magnetiske eller diamagnetiske Egenskaber, men det ses dog snart, at disse Momenter kun faa en forsvindende lille Betydning. Derimod faar Tilbagevirkningen af de i Jorden selv inducerede Strømme en væsentlig Betydning. Beregningen fører her til det interessante Resultat, at ligesom et elektrisk Legeme frembringer i Jorden en elektrisk Fordeling, der atter virker tilbage, som om der i Jorden befandt sig et Spejlbillede af det elektriske Legeme med lige saa megen modsat Elektricitet, saaledes vil ogsaa en foranderlig elektrisk Strøm i en overjordisk, horisontal Telegrafledning frembringe i Jorden inducerede Strømme, som atter virke tilbage paa Ledninger over Jorden, lige som om der under Jorden, symmetrisk for dennes Niveauflade, befandt sig en lignende Telegrafledning med samme Strøm i modsat Retning. Det kunde ved første Øjekast synes, som om Tilbagevirkningen maatte afhænge baade af Jordens Ledningsevne og af Strømforandringens Hurtighed, men en bedre Ledning og en hurtigere Strømforandring vilde begge kun have til Følge, at de inducerede Strømme bleve stærkere i Jordens Overflade, og disse vilde da paa en Maade beskytte de underliggende Lag og bevirke, at de inducerende Virkninger kun vilde trænge ned til en mindre Dybde.

Det nøjagtige Bevis for den udtalte Sætning kan føres saaledes. I et Element ds af en horisontal, overjordisk Telegrafledning være til en given Tid t Strømstyrken i , og man sætte $\frac{di}{dt} = \lambda i$. Endvidere betegnes ved u og u' Strømtæthederne af de hermed parallelle i Jorden inducerede Strømme i de til de

sfæriske Koordinater r, θ, ω og r', θ', ω' svarende Punkter, medens den faste Koordinataxe tænkes lagt igjennem Elementet ds , hvis Afstand fra Begyndelsespunktet, Jordens Centrum, betegnes ved a .

Da Jordens Radius kan betragtes som uendelig stor i Sammenligning med Telegrafledningens Afstand fra Jordens Overflade, ville de inducerede elektriske Strømme i Jordens Indre ikke kunne give Anledning til Dannelsen af fri Elektricitet paa Jordens Overflade, og vi kunne derfor betragte Strømmene i Jordens Indre som alene fremkomne ved Induktion, nemlig dels fra de omgivende Strømme i Jorden, dels umiddelbart fra Strømmen i Elementet ds af Telegraftraaden. Vi ville saaledes erholde Strømtæthedens Komposant u bestemt ved

$$u = -K\lambda \left(\int dv' \frac{u'}{\rho'} + \frac{id s}{\rho} \right), \quad (4)$$

hvor K er Jordens specifikke Ledningsevne, ρ' og ρ Afstandene fra det betragtede Punkt r, θ, ω henholdsvis til r', θ', ω' og til Elementet ds , medens Integrationen er udstrakt over alle til Koordinaterne r', θ', ω' svarende Rumelementer dv' i hele Jordkuglen. Denne Ligning fører til den bekjendte Differential-ligning

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du}{dr} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{du}{d\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{d^2 u}{d\omega^2} = \varepsilon^2 r^2 u, \quad (5)$$

idet her for Korstheds Skyld er sat $4\pi K\lambda = \varepsilon^2$.

Vi kunne ogsaa udtrykke denne Lignings Integral som en Sum af Formen

$$u = \sum C_n P_n \varphi_n(r), \quad (6)$$

hvor n gjennemløber alle positive, hele Værdier fra 0 til ∞ , og endvidere C_n er constant, P_n Koefficienten til r^n i Udviklingen af

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}}$$

efter stigende Potenser af r , og $\varphi_n(r)$ alene Funktion af r . Denne sidste Funktion maa da tilfredsstillende Betingelsen

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\varphi_n(r)}{dr} \right) = (n(n+1) + \varepsilon^2 r^2) \varphi_n(r),$$

hvilken Betingelse er opfyldt ved den konvergente Rækkeudvikling

$$\varphi_n(r) = r^n \left(1 + \frac{\varepsilon^2 r^2}{2(2n+3)} + \frac{\varepsilon^2 r^2}{2 \cdot 4(2n+3)(2n+5)} + \dots \right). \quad (7)$$

Indsættes nu disse Værdier for u og w' i Ligning (4), erholdes Konstanterne C_n bestemte ved

$$C_n = - \frac{\varepsilon^2 R^{n-1} i d s}{4\pi a^{n+1} \varphi_{n-1}(R)}, \quad (8)$$

hvor R betegner Jordens Radius.

Disse saaledes bestemte Strømme i Jordan frembringe atter ved Induktion i et Punkt r, θ, ω uden for Jordan ($r > R$) en med Strømmene parallel elektromotorisk Kraft, som vil være at udtrykke ved

$$X = -\lambda \int d v' \frac{w'}{\rho'},$$

hvilket Integral kun skjæler sig fra Integralet i Ligning (4) derved, at det faste Punkt r, θ, ω her ligger uden for Jordan. Udførelsen af denne Integration giver

$$X = -4\pi\lambda \Sigma \frac{C_n P_n R^{n+2} \varphi_{n+1}(R)}{(2n+1)(2n+3)r^{n+1}}. \quad (9)$$

For nærmere at bestemme denne Sum, maa man bemærke, at Funktionen $\varphi_{n+1}(r)$ altid lader sig reducere til en lavere Index ved Formlen

$$\varepsilon^2 r \varphi_{n+1}(r) = (2n+1)(2n+3) (r \varphi_{n-1}(r) - \varphi_n(r)),$$

og at man har

$$\varphi_0(r) = \frac{e^{r\varepsilon} - e^{-r\varepsilon}}{2r\varepsilon}, \quad \varphi_{-1}(r) = \frac{e^{r\varepsilon} + e^{-r\varepsilon}}{2r}.$$

I det her foreliggende Tilfælde kunne vi desuden betragte $R\varepsilon$ som et meget stort Tal. Man har nemlig $\varepsilon^2 = 4\pi K\lambda$, hvor λ afhænger af den Hurtighed, hvormed Strømforandringen foregaar. Tages Sekundet som Enhed for Tiden, og betragtes

λ som et kompleks Tal, vil dettes Modulus kun overstige 1 ved meget langsomme Strømforandringer, som her praktisk ikke komme i Betragtning. Endvidere er K Jordens specifikke Ledningsevne, og det kommer altsaa an paa, om $R^2 K$ kan betragtes som et meget stort Tal. Nu er med Meter som Længdeenhed $R^2 = 4 \cdot 10^{13}$ og f. Ex. Kviksølvets specifikke Ledningsevne lig 0,1. Selv om altsaa Jordens Ledningsevne var mange Millioner Gange mindre end Kviksølvets, vilde dog endnu $R^2 K$ blive en meget stor Størrelse, og kun hvis Jorden hørte til de egentlige Isolatorer, hvad den ikke gjør, vilde vor Antagelse blive urigtig.

Det ses nu let, at man med denne Forudsætning vil have $\varepsilon^2 \varphi_{n+1}(R) = (2n+1)(2n+3) \varphi_{n-1}(R)$, hvorved man sluttelig, naar Værdien af C_n fra Ligning (8) indsættes i Ligning (9), erholder

$$X = \lambda i ds \sum \frac{P_n R^{2n+1}}{a^{n+1} r^{n+1}} = \frac{R \lambda i ds}{a \sqrt{r^2 + \left(\frac{R^2}{a}\right)^2 - 2r \frac{R^2}{a} \cos \theta}} \quad (10)$$

Her kunde atter i Stedet for λi indføre $\frac{di}{dt}$. Sættes $a - R = h$, $r - R = h_1$ og $R \sin \theta = d$, idet h er Telegrafledningens Afstand fra Jorden, h_1 Afstanden fra Jorden for det Punkt, hvori den ved Tilbagevirkningen fra Jorden inducerede elektromotoriske Kraft er X , og d Afstanden mellem de to Punkters Lodlinier, saa vil man, da R betragtes som uendelig stor i Sammenligning med disse Afstande, erholde

$$X = \frac{di}{dt} \cdot \frac{ds}{\sqrt{(h+h_1)^2 + d^2}}. \quad (11)$$

Den fremsatte Sætning er saaledes bevist.

Ved dette Resultat reduceres den elektrodynamiske Konstant for Længdeenheden af en overjordisk Telegraftraad til

$$C = 2 \log \frac{2h}{a} + 2\pi k,$$

hvor h er Traadens Højde over Jorden, a Traadens Radius og

k dens Magnetiseringsfunktion. For umagnetiske Traade bortfalder altsaa dette Led.

Benyttes denne Formel for den elektrodynamiske Konstant for Exempel paa de af Fizeau og Gounelle¹⁾ anstillede Forsøg over Elektricitetens Forplantningshastighed paa Jertraadsledningen fra Paris til Amiens, vil man, naar Magnetiseringsfunktionen antages lig 10, finde under de givne Betingelser en Hastighed af 126000 Kilometer, medens den iagttagne Hastighed var 101710^{km}. Forskjellen imellem den beregnede og den iagttagne Hastighed bliver her betydelig mindre end efter den hidtil fulgte Beregningsmaade, og den Afvigelse, der endnu findes, kan i det væsentlige med Grund tilskrives Ledningens Isolationsfejl. Skulle overhovedet Forsøg over Elektricitetens Forplantning igjennem overjordiske Telegraftraade have theoretisk Interesse, vil det være nødvendigt at bestemme saa vel Isolationsfejls Størrelse som ogsaa ved direkte Maalinger for Jertraades Vedkommende deres elektrodynamiske Konstant.

¹⁾ Cpt. rendus 30. 1850.
